



مجلة التربية للعلوم الإنسانية

مجلة علمية فصلية محكمة، تصدر عن كلية التربية للعلوم الإنسانية / جامعة الموصل



الهندسة اللاقليدية في ضوء فلسفة العلم

حوراء عبد علي مؤنس¹

الجامعة المستنصرية/ كلية الآداب / بغداد - العراق¹

المخلص	معلومات الارشفة
للعلم علاقة وثيقة بالفلسفة بناءً على القاعدة التي تنص على ان كل لاحق يتأثر بالسابق. فالعلم ليس الا نتيجة تقدم لموضوعات كانت الفلسفة سبباً في اثارها، فكانت الخطوات الأولى للعلم منطلقاً من الفلسفة وتساؤلاتها المتداولة بين الفلاسفة في كل عصر. وان كل من الرياضيات والهندسة هي احد الاهتمامات التي برزت على الجانبين الفلسفي والعلمي، ومن الفلاسفة الذين عنوا بجانب الهندسة الرياضية هو اقليدس الذي وضع نظام من المسلمات والمصادرات وله كتاب بعنوان الاصول ذا الطابع الرياضي الهندسي. توصل الى ان المستقيمات لا تتلاقى لان الكون لا متناه. وان مجموع زوايا المثلث تساوي 180 درجة. فيما بعد ظهرت هندسة بالضد من الهندسة الاقليدية عُرِفَت بالهندسة اللاقليدية على يد لوباشيفسكي، تلك النظرية القائلة ان مجموع زوايا المثلث لا يساوي 180 درجة. لذا امكن عن طريق هذه النظرية الجديدة التخلي عن نظرية اقليدس. فيما بعد ساهم كلاً من بولياي وريمان في النظرية اللاقليدية، ثم وضع فيليكس كلاين الصلة بين نظرية اقليدس ولوباشيفسكي وبولياي، فأظهر ان هندسة اقليدس تختص بسطح يكون انحناءه صفراً، فتحتل بذلك مركزاً متوسطاً بين هندسة ريمان المنطقية على السطوح ذات الانحناء الايجابي، وبين هندسة لوباشيفسكي التي تنطبق على السطوح ذات الانحناء السلبي. كما واكد لوباشيفسكي بأنه لو تم الاستغناء عن البديهيات الخاصة بالخطوط المتوازية، فيمكن تكوين هندسة غير متناقضة داخلياً كالتي أوجدها أقليدس، فيما وبعد وجدت هندسة لوباشيفسكي مكانة مناسبة في فيزياء اينشتاين	تاريخ الاستلام : 2026/2/26 تاريخ المراجعة : 2026/5/2 تاريخ القبول : 2026/5/12 تاريخ النشر : 2026/9/1 الكلمات المفتاحية : هندسة، مسلمات، مصادرة، خطوط، لوباشيفسكي معلومات الاتصال حوراء عبد علي hawraaam28@uomustansiriyah.edu.iq

DOI: *****, ©Authors, 2025, College of Education for Humanities University of Mosul.

This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Journal of Education for Humanities

A peer-reviewed quarterly scientific journal issued by College of Education for Humanities / University of Mosul



Non-Euclidean geometry in light of the philosophy of science

Hawraa Abd Ali Mounis ¹

Al-Mustansiriyah University / College of Arts / Baghdad – Iraq¹

Article information

Received : 26/2/2026

Revised 2/5/2026

Accepted : 12/5/2026

Published 1/9/2026

Keywords:

geometry, postulates,
confiscation, lines,
Lobachevsky

Correspondence:

Hawraa Abd Ali

hawraaam28@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract

There is a close relationship between science and philosophy, based on the principle that every subsequent development is influenced by what precedes it. Science, therefore, can be regarded as the outcome of the advancement of issues that philosophy originally raised. The earliest steps of scientific inquiry emerged from philosophy and from the questions debated among philosophers in every era. Mathematics and geometry, in particular, represent fields of interest that have prominently appeared in both philosophical and scientific domains.

Among the philosophers who devoted considerable attention to mathematical geometry was Euclid, who established a system of axioms and postulates and authored his well-known work *Elements*, characterized by its mathematical and geometrical nature. He concluded that parallel lines never intersect because the universe is infinite, and he also asserted that the sum of the angles of a triangle equals 180 degrees. Subsequently, a form of geometry emerged in opposition to Euclidean geometry, known as non-Euclidean geometry, developed by Nikolai Lobachevsky. This theory maintained that the sum of the angles of a triangle does not necessarily equal 180 degrees. Through this new theoretical framework, it became possible to move beyond Euclid's geometric assumptions. Later, both János Bolyai and Bernhard Riemann contributed significantly to non-Euclidean geometry. Thereafter, Felix Klein clarified the

relationship between the theories of Euclid, Lobachevsky, and Bolyai. He demonstrated that Euclidean geometry pertains to surfaces with zero curvature, thereby occupying an intermediate position between Bernhard Riemann's geometry, which applies to surfaces of positive curvature, and Nikolai Lobachevsky's geometry, which applies to surfaces of negative curvature. Lobachevsky further emphasized that if the

axioms concerning parallel lines were abandoned, it would be possible to construct a geometry that is internally consistent, just as Euclid had done. Eventually, Lobachevsky's geometry found an appropriate application within the physics of Albert Einstein

DOI: *****, ©Authors, 2025, College of Education for Humanities University of Mosul.

This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

المقدمة

لطالما كان اينشتين منبهر بالنظرية الفيتاغورية التي وضع حجرها الاساس قبل الميلاد، ولا زالت الهندسة الاقليدية في القرن الثالث قبل الميلاد نموذج لبناء النسق الهندسي، من ذلك يتضح ان اغلب الانجازات العلمية كانت انجاز قديم يُحسب للفلسفة وليس جديد على العلم. كذلك الحال بالنسبة للفلسفة والتي تحتوي الهندسة على نوعين من النصوص هما البديهيات والنظريات، وكانت محط اهتمام الفلاسفة والعلماء، وكان لافكار اقليدس الرياضية صدى واسع وحيز كبير في عقول المفكرين تم التعرف على هندسته من خلال كتابه المتضمن للرياضيات والهندسة (الاصول)، وقد حوّل اقليدس النظرة في موضوعات الرياضيات المبعثرة إلى إمكانية رؤيتها منسقة ضمن منهج موحد، فوضع نظاماً من المسلمات الأساسية التي تشق منها الهندسة الرياضية، الا اننا نأخذ بعين الاعتبار تأثر اقليدس بأرسطو. فيما بعد ظهرت الهندسة اللاقليدية والتي حولت المسار من الاهتمام بالهندسة الاقليدية والتي كانت هي النموذج الاعظم الى الهندسة اللاقليدية، فقد استبدل اينشتين الهندسة الاقليدية بهندسة ريمان اللاقليدية، وذلك بحسب التطور والتقدم في العلم.

المطلب الاول

الهندسة الاقليدية

لو تم طرح السؤال الآتي: ما شأن العلم بالفلسفة، لكانت الاجابة عن ذلك ان العلم الحديث ما هو الا امتداد للعلم القديم، وما كان يوجد لولاه. (سارتون، صفحة 24) كما وان التغييرات الاساسية في العلم كانت دائما مقترنة بمزيد من التعمق في الاسس الفلسفية، فمثلا تغير الانتقال من النظام البطليموسي الى النظام الكوبرنيكي، ومن الهندسة الاقليدية الى الهندسة اللاقليدية، او من الميكانيكا النيوتنية الى الميكانيكا النسبية والى الفضاء

المنحني والرباعي الابعاد، كل ذلك احدث تغير جذري في تفسير الكون على نحو معقول من هذه الاعتبارات، يتبين ان على كل من ينشد فهماً مقبولاً للعلوم في القرن العشرين ان يكون ملماً بقدر كبير من الفكر الفلسفي (فرانك، 1983، صفحة 8).

فضلاً عن ان الفلاسفة لم يخلو من الاهتمام بالجانب الرياضي، فعلى سبيل المثال افلاطون لم يسمح لطالب في الفلسفة بأن يقبل في اكاديميته ما لم يكن قد تلقى تدريباً في الهندسة. فقال لا يدخل علينا الا من كان رياضياً.

وفي المجال الرياضي ايضاً استنتج ديكارت بعض التعميمات ووضع اربع وصايا للمنطق لكي ترشده الى الحقيقة، فالأولى تكمن في الا اقبل أي شيء على انه صحيح ما لم اتبين بوضوح انه كذلك. والثانية هي ان اقم المشكلة التي بين يدي الى اكثر عدد من الاجزاء حسبما تقتضيه حل المشكلة. (ج.د.برنال، 1982).

كما وكتب بيرس عن الحاجة الى الهندسة بقوله: "الهندسة تفتق فكرة النظام الموضوع لمبادئ فلسفية بحتة معينة، كما ان جانباً كبيراً من افكار الميتافيزيائيين كانت مستمدة في كل زمن من الرياضيات. (ج.د.برنال، 1982، صفحة 77) اضافة لكون بيرس يعد المنطق جزءاً لا يتجزأ من الرياضيات (الهادي، 2005، صفحة 102)

كما أن فيثاغورس وعلى الرغم من كونه لم يستطع أن يقدم موضوعات في مجال الرياضيات بنسقٍ شامل موحد بالرغم من كونه قد بنى العالم على العدد، إلى أن ظهر إقليدس* (300ق.م) الذي حوّل النظرة في موضوعات الرياضيات المبعثرة إلى إمكانية رؤيتها منسقة ضمن منهج موحد، فوضع نظاماً من المسلمات الأساسية التي تشتق منها الهندسة الرياضية، والذي اصبح بمثابة معيار للقياس لقرون طويلة. وقد يكون أرسطو هو من عبّد لإقليدس الطريق الصحيح للتفكير الهندسي، لأنّ أرسطو بحث ملامح علم الهندسة في تحليلاته الثانية من خلال العلم البرهاني (لطفی، 2020، الصفحات 110-114) وأول من وضع قواعد المنطق ورتب مسائله وفصله إذ سماه التحليل (إيمان، 2024، صفحة 91)

وجد فيثاغورس ان العدد الرياضي مرتبط بفكرة الاشكال في العالم كونه اعتمد على التجريب الرياضي فضلاً عن اعتماده منهج الاستنباط في انتقاله من العام الى الخاص، بينما رأى افلاطون المعروف بمنهجه الفلسفي المثالي ان تعلم الرياضيات هو حلقة مكمله للفلسفة كونها جزء لا يتجزء منها وارتباط الفلسفة بالمحاورات العقلية، ثم بدا الاهتمام بالجانب الرياضي يأخذ حيزه الاكبر مع ارسطو كونه فصل في المسائل المنطقية المعتمد على المنهج الاستقرائي والملاحظة الحسية من اجل الوصول الى الحقائق الكلية، وهكذا تباعاً حتى نصل الى اقليدس ذا الاساس التاريخي للهندسة المستوية الذي جعل الاهتمام الرياضي له قواعد ونظامه المنطقي المستقل التي نعود فيها الى المسائل الهندسية.

كما وبين اقليدس ان سبب اختياره للمصادر راجع الى تأثره بأرسطو حين وضع ضرورة استخدام المصادر والحاجة الى ردها الى اقل عدد ممكن، ولكون ارسطو كثير العناية بالنظر في المبادئ الرياضية، ومع ذلك فأقليدس هو الذي يرجع اليه فضل اختيار المصادر. (سارتون، الصفحات 62-63)

هذا يعني ان الاهتمام بالعلم الرياضي كان قديم منذ نشأة الفلسفة، ولم يكن جديد على الساحة الهندسية، الا ان هذا الاهتمام بتفاوت يخلف من فترة الى اخرى.

ان الصفة المميزة للهندسة والتي جعلت منها مثلاً لكل العلوم بل ولل فلسفة تكمن في ان هناك نمطان من النصوص في الهندسة: بديهيات ونظريات، وان النظريات هي التي يمكن اثباتها بالبرهان. اما البديهيات فيجب ان لا تعرف بالتفكير انما بالبصيرة المباشرة، وهذا المفهوم في الهندسة هو الذي اتخذته الفلاسفة مثلاً في كل زمان. (ج.د.برنال، 1982، صفحة 78)

في مجال الهندسة كان ان اقليدس المعاصر لأرسطو طبقه تحليل الاخير في اقامة نسقه، فقد عالجه اقليدس كل الرياضيات المعروفة في عصره: الهندسة والحساب ونظرية الاعداد. وكان لاقليدس كتاب في الرياضيات هو كتاب (الاصول) والذي قسم الى ثلاثة عشر فصلاً الستة الاولى منه تشكل نسق متكامل لهندسة السطح المستوي، ووضع فيه تعريفات من قبيل: النقطة والتي عرفها بكونها ما ليس له اجزاء وليس له حجم، والخط طول بغير عرض، وغيرها من التعريفات الرياضية (الخولي، 2014، صفحة 205).

والذي رتب بتسلسل رائع تضمن الجانب الهندسي والجبر ونظرية الاعداد. صيغت فيه المسائل الجبرية بصياغة هندسية. (سارتون، صفحة 64، 70) وان كتاب إقليدس فرض نفسه على الفكر البشري وظل مؤثراً حتى ألفي عام (سالم، صفحة 30). ووضع اقليدس في الفصل الاول من كتابه -الاصول- اثنتي عشر بديهية بخلاف بديهيات مطروحة في كتب آخر، مثل: الكل اكبر من جزئه، والمقداران المساويان لثالث متساويان، وامثله اخرى عديدة، واكتملت مقدمات اقليدس بخمس مسلمات (الخولي، 2014، صفحة 205).

وان مسلماته على التوالي هي كالآتي:

يمكن رسم مستقيم من أي نقطة إلى أية نقطة أخرى .

1- يمكن مدّ المستقيم إلى ما لا نهاية.

2- يمكن رسم دائرة لها مركز معلوم ونصف قطر معلوم.

3- كل الزوايا القائمة متساوية .

4- اذا سقط مستقيم على مستقيمين فجعل مجموع الزاويتين الداخليتين على جهة واحدة منه اقل من قائمتين فإنّ هذين المستقيمين إذا مَدّا إلى ما لا نهاية له يتلاقيان على نفس الجهة التي عليها مجموع الزاويتين اقل من قائمتين . (لطي، 2020، الصفحات 110-114) .

في بديهية اقليدس نجد ان نظريته تنص على ان هناك خطاً مستقيماً واحداً فقط يمكن رسمه من النقطة الواقعة خارج الخط المستقيم بحيث يكون الخطان (متوازيين) وكل من الخطين و. و يقطعان الخط ه بنفس الزاوية.

(ج.د. برنال، 1982) كما وان النظرية القائلة بأن مجموع زوايا المثلث تساوي 180 (درجة) تفترض مسبقاً بديهية إقليدس (فرانك، 1983، صفحة 91).

ومن اهم مصادراته هي المصادرة الخامسة فهي التي كانت اكثر من غيرها سبباً في ضمان الخلود لكلمة (إقليدي) إذ قال: "اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فتصبح الزاويتين الداخليتين في جهة واحدة اقل من قائمتين، فالخطان يلتقيان ان اخرجنا الى غير حد في تلك الجهة بعينها". (سارتون، صفحة 63).
إن مسلمة إقليدس الخامسة مستقلة عن بقية المسلمات بحيث يمكن وضع مسلمة أخرى تتكرها ضمن النسق الإقليدي. وهو عمل رياضي أنجزه كل من "لوياتشفسكي" واريمان" واللذان أعلننا بهذا العمل ظهور أول الأنساق الهندسية اللاإقليدية.

إن نقطة التحول التي أتى بها الفكر الإقليدي تكمن في مسلماته، فلأول مرة أصبح بالمقدور الإجابة بشكل علمي عن أسئلة تتعلق بالكون والوجود من خلال نظرية هندسية، ولأول مرة عرف أن الزمان والمكان يمتدان إلى ما لا نهاية بناءً على مقولات علمية مثل المسلمة الخامسة. وتوصل إلى أن المستقيمت الممتدة لا تتلاقى لأن الكون لا متناه (لطفي، 2020، الصفحات 110-114)، والمكان عنده ذو ثلاثة أبعاد: (الطول، العرض، العمق) (بدوي، الموسوعة الفلسفية ج2، صفحة 462).

فكرة الهندسة الجديدة هزت أركان الرياضيات والعلوم. أثار اكتشاف الهندسة غير الإقليدية جدلاً وتساؤلات كبيرة في الأوساط العلمية. بدا هذا النمط الهندسي الجديد غريباً في البداية (خاصة في الأسبوع الأول من الاكتشاف)، وافترق إلى الإجماع حول ديمومته واستحالة ظهور تناقضات محتملة في المستقبل.

المطلب الثاني

الهندسة الغير اقليدية

اثارت الفيزياء الكلاسيكية مشاكل التي ادت الى الخروج من عالمها الميكانيكي، اثار نسق الهندسة الاقليدية مشاكل ادت الى الخروج منه الى انساق هندسة اخرى، وهي المشاكل الخاصة بالمسلمة الخامسة (الخولي، 2014، صفحة 204).

ونجد أن علم الرياضيات آنذاك منذ انطلاقة المنظمة الأولى مع كتاب إقليدس (الاصول) اقام الرياضيات على أسس الهندسة وجعل من الحساب امراً مشتقاً منها (حسين، 2019، صفحة 24).

وبعدما ظهرت هندسة إقليدس وفرضت سيطرتها على العقول لفترة طويلة ظهرت هندسة مخالفة لهندسة إقليدس سميت بـ (لا اقليدية) نسبة إلى إقليدس. والهندسة اللاإقليدية تطلق على المعادلات المنطقية جميعاً التي يقصد بها بناء هندسة غير هندسة إقليدس. وينطوي تحت اسم الهندسات اللاإقليدية جميع نظم التفكير الهندسي الذي يغيّر احوال إقليدس بشكل وبآخر. فالهندسة الجديدة أما تعتمد على قوانين إقليدس وبديهياته التي تشذ فيما بعد في واحدة، وأما أن البديهيات الجديدة لا تمت بصلة ما إلى بديهيات إقليدس فقد تكون الاشكال المرسومة على سطح غير مستوي أو تكون أبعاد الحيز متعددة (سالم، صفحة 32).

وان اول من قدم مصادرة مضادة لمصادرة اقليدس هو الروسي نيكولاي ايفانوفتش لوباشتيفسكي (1793-1850) إذ افترض ان النقطة الواحدة يمكن ان يمر بها اكثر من خط مستقيم واحد يوازي كل منها خطأ مستقيماً معلوماً، وان مجموع زوايا المثلث يساوي اقل من زاويتين قائمتين. (ج.د.برنال، 1982، صفحة 68، مج2) تنص النظرية اللاقليدية على انه يمكن الاستغناء عن بديهية اقليدس. وتقتضي هذه النظرية بأن الخط المستقيم (و) من أي من جانبيه بأصغر زاوية ممكنة سوف يتقاطع مع الخط (و). فننوصل من خلال هذه النظرية الى ان مجموع زوايا المثلث لن تساوي 180 (درجة) (فرانك، 1983، صفحة 95)

ولو طرح السؤال الآتي: هل يمكن تخيل المكان اللاإقليدي، أي تخيل عالم توجد به موضوعات طبيعية لها تقريباً شكل المستقيمتين اللاإقليدية، وموضوعات طبيعية تخضع باستمرار لحركات مشابهة تقريباً للحركات اللاإقليدية. فتكون الاجابة بنعم يمكن تخيل المكان اللاإقليدي. وان الحركات اللاإقليدية هي الحركات الحقيقية التي لا يصاحبها تغيير في الشكل. أي تكون اكثر بروزاً من الاخرى واكثر وضوح للعيان لأن بعض الأجسام الطبيعية البارزة هي الأجسام الصلبة التي تطرأ عليها الحركات مشابهة للاقليدية (بونكاريه، 2006، صفحة 43).

مقابل الهندسة الإقليدية تأتي الهندسة غير الاقليدية (اللاإقليدية)، وهي مجال من مجالات الرياضيات الذي يخرج عن قوانين الهندسة الإقليدية التقليدية حيث يكمن الفرق الأساسي بينهما في طبيعة المستقيمتين المتوازيتين، التي تعتبر جزء هام من علم الرياضيات .

حيث يناقش هذا النوع من العلم كل من الاشكال الهندسية وهياكلها المختلفة. وتتميز هذه الهندسة بأنها لا تتبع المسلمة الخامسة لإقليدس.

تسعى الهندسة الاقليدية لفهم الفضائات المسطحة ثنائية الابعاد، بينما تدرس الهندسة الغير اقليدية الاسطح المنحنية.

ويعد مجال علم الفلك الوضعي مجالاً للبيانات ذات البنية الهندسية اللاإقليدية يُستخدم هذا المجال لتحديد موقع أي جرم فلكي على الكرة السماوية بناءً على تاريخ ووقت وموقع رصده الأرضي المعطاة. يعتمد التمثيل الرياضي لعلم الفلك وأنماطه على الهندسة الكروية والجبر الكروي.

هذا وقد شهد الثلث الاول من القرن التاسع عشر بدايات ثورة في عالم الرياضيات، حتى اصبحت ضرورة انطباق الرياضيات على الواقع لأول مرة محل اخذ ورد، (الخولي، 2014، صفحة 207). فقد وجدنا ان علماء الرياضيات يستعينون بالطرق المنطقية في عملية التحليل، مثلما يعتمد الفلاسفة وعلماء المنطق بالرياضيات في دراستهم الفلسفية المنطقية (الهادي، 2005، صفحة 75).

وظهر نسق الهندسة اللاقليدية على يد الترانسلفاني يانوس بولياي (1802-1860) بعد ما يقارب عشرين سنة من وفاة كانط (1824)، والذي اكد على ان تطابق الهندسة الرياضية والهندسة الفيزيائية يحتاج الى

تفسير، وينبغي ان تعد نظريته في المعرفة التركيبية القبلية محاولة عظيمة من فيلسوف لتعليل هذا التطابق (رايشنباخ، 2020، صفحة 120).

فقد اكتشف الرياضي بوليائي ان مسلمة التوازي ليست عنصراً ضرورياً، فشيء هندسة تخلق فيها عن مسلمة اقليدس واحل محلها مسلمة جديدة تنص على ان هناك اكثر من موازٍ واحد لمستقيم معين من نقطة معينة (الخولي، 2014، صفحة 206).

في الوقت نفسه كانت فكرة الهندسة اللاقليدية قد تراءت بوضوح في ذهن العالم الالماني كارل جاوس، فقد قام بمحاولة لقياس مجموع زوايا المثلث اللاقليدية في الطبيعة، وكان يقول ان الهندسة اللاقليدية على قدم المساواة مع الهندسة الاقليدية، فكلتاها خاضعة لعدم التناقض، معيار الرياضة البحتة، فلا ضرورة لأحدهما دون الاخرى (الخولي، 2014، صفحة 207) كما واصل جاوس قائلاً : ان المبدأ الاقليدي صحيح في حدود الاخطاء المحتملة للملاحظة؛ أي انه اذا كان هناك انحراف لمجموع الزوايا عن 180 درجة، فإن الخطأ الحتمية للملاحظة تجعل من المستحيل اثبات وجوده؛ فإذا كان اعالم لا اقليدياً، فإنه خاضع لنوع من الهندسة اللاقليدية يبلغ اختلافه عن الهندسة الاقليدية حداً من الضلالة يستحيل معه التمييز بين الاثنين. (رايشنباخ، 2020، صفحة 120)

وبعد جهود جاوس ظهر الالماني برنارد ريمان (1826-1866) القائل خطوط هندسية اخرى اقامها على فروض جديدة من اساسها، ولم يكن على علم بمؤلفات لوباتشيفسكي وبوليائي، فليس للخطوط المتوازية وجود في هندسة ريمان، ويكون فيها مجموع زوايا المثلث اكبر من قائمتين. وقد ابان الرياضي فيليكس كلاين الصلة بين كل هذه الهندسات. فأظهر ان هندسة اقليدس تختص بسطح يكون انحناءه صفراً، فتحتل بذلك مركزاً متوسطاً بين هندسة ريمان المنطقية على السطوح ذات الانحناء الايجابي مثل الكرة، وبين هندسة لوباتشيفسكي التي تنطبق على السطوح ذات الانحناء السلبي. أي انه نسب هندسة اقليدس الى القطع المكافئ لأنها النهاية التي تحد هندسة ريمان المنسوبة الى القطع الناقص من جهة وهندسة لوباتشيفسكي المنسوبة الى القطع الزائدة من جهة اخرى. (ج.د.برنال، 1982، صفحة 69، مج2)

هكذا فرض ريمان ان السطح محدب ووضع نسق هندسية لا اقليدية لا توجد فيه أي خطوط متوازية على الاطلاق (الخولي، 2014، صفحة 207).

النوع الاول من الهندسة غير الاقليدية يزعم بأنه ليست هناك خطوط متوازية، وان كل الخطوط لا بد وان تتقاطع، وهذا النوع يسمى بالهندسة الريمانية، ولا تأخذ هذه الهندسة ايضاً بالبديهية التي تنص على ان هناك خطاً مستقيماً واحداً يصل بين نقطتين معينتين. اما النوع الثاني من الهندسة فهو الذي يدعي ان هناك عدداً لا حصر له من الخطوط المستقيمة التي لا تتقاطع مع (د) وتتحصر داخل زاوية معينة حول (و) فقد اقامه الروسي لوباتشيفسكي، والعالم الرياضي بوليائي في نفس الوقت. (ج.د.برنال، 1982).

اعلن العالم الروسي لوباتشيفسكي عن بديهيات خاصة بالخطوط المتوازية، واثبت بأنه إن استغني عن هذه البديهية فيمكن تكوين هندسة غير متناقضة داخلياً كالتي أوجدها أقليدس. لكن بقيت مؤلفاته مهملة لفترة من الزمن لأنها تناقض المنطق السليم فهندسته غير عادية وغير مفهومة عند الجميع. فيما بعد وجدت افكار لوباتشيفسكي مكانةً لائقة في أعمال اينشتاين، فما دام لا يوجد فضاء بدون اجسام فلا يوجد اذن فضاء متجانس (ف.رديك، صفحة 335).

لقد حلت نظرية لوباتشيفسكي محل بديهية اقليدس، ويجب ان نميز بين الخطوط المتوازية والخطوط غير المتقاطعة، فكل الخطوط التي تشملها الحزمة حول (و) تسمى خطوطاً غير متقاطعة، والخطوط التي تغلق هذه الحزمة هي وحدها التي تسمى خطوطاً متوازية. (ج.د.برنال، 1982)

ففي هندسة لوباتشيفسكي خط مواز على يسار الخط المستعرض (هـ) وخط موازي اخر على يمينه، ومن خصائص هندسة لوباتشيفسكي هناك خطين موازيين للخط وليس خط واحد، وكل الخطوط الواقعة بين هذين الخطين هي خطوط غير متقاطعة، أي لا تقطع الخط (و) (فرانك، 1983، صفحة 97) في عام 1900 ظهر مفهوم جديد للهندسة حرم الفلسفة في حالتها المعزولة الميتافيزياء من مثلها المفضل، وجعلت الوحدة بين العلم والفلسفة امر ممكن. والواقع ان هذا التغيير في المفهوم كان تغيير حاسم في العلاقة بين العلم والفلسفة. (ج.د.برنال، 1982، صفحة 80).

وان الاضافات التي قدمها اينشتاين بالنسبة الى مشكلة المكان فقد توصل من خلال نظريته النسبية العامة الى النتيجة القائلة ان الهندسة الطبيعية للمكان في الابعاد الفلكية لا اقليدية. وهذه النتيجة لا تتناقض مع قياس جاوس الذي يؤدي الى القول ان هندسة الابعاد الارضية اقليدية، ان الصفات العامة للهندسة اللاقليدية انها تكاد تكون مماثلة للهندسة الاقليدية، بالنسبة الى المساحات الصغيرة، والابعاد الارضية الصغيرة بالقياس الى الابعاد الفلكية (رايشنباخ، 2020، صفحة 127).

كما وازاف اينشتاين انه وبسبب الانحراف عن الهندسة اللاقليدية هو قوى الجاذبية التي يرجع اصلها الى كتل النجوم، فعلى مقربة من النجم تكون الانحرافات اقوى مما هي في الفضاء الواقع بين النجوم. وبذلك اثبت اينشتاين وجود علاقة بين الهندسة والجاذبية. وهذا ما ايده قياسات اجريت خلال كسوف الشمس، وهذا بحد ذاته تأييد جديد للطابع التجريبي للمكان الفيزيائي (رايشنباخ، 2020، صفحة 127).

هذا وقد اهتزت الثقة في غنى المبادئ الميتافيزيائية عن البرهان عندما تبين انه حتى بديهيات الهندسة ليست في غنى عن البرهان. وليست صالحة على نحو ابدى. وقد اتضح ذلك من الهندسة غير الاقليدية. وكتب بيرس يقول: "البديهيات الميتافيزيائية هي صورة مقلدة للبديهيات الهندسية، والان وقد نبذت الاخيرة، فلا شك ان سابقتها تلحق بها". (ج.د.برنال، 1982، صفحة 77).

لا يسعنا سوى ان نقول ان الهندسة الاقليدية بقيت محتقظة بالضرورة المنطقية، فتبقى بمختلف الازمان صحيحة، ذلك لأنها محض تحصيلات حاصل تربط الضرورة المنطقية بين طرفيها، فلو سلمنا بالمقدم وهو البديهيات

والمسلمات وجب ان نسلّم بالتالي، وهو النظريات او المبرهنات في اطار النسق الالقليدي (الخولي، 2014، صفحة 208).

ان التطور التاريخي لمشكلة الهندسة انما هو مثل بارز للإمكانات الفلسفية التي ينطوي عليها تطور العلم. وقد ظل الطابع الفلسفي للهندسة ينعكس في كل الاوقات على الاتجاه الاساسي للفلسفة، وبذلك كان التطور التاريخي للهندسة تأثير قوي في تطور الفلسفة (رايشنباخ، 2020، صفحة 129).

نتائج البحث:

- 1- للفلسفة الفضل في اثاره المشكلات باحثاً عن اجابات لتساؤلاتها في العلم. اضافة الى ما قدمته من اراء ونظريات على لسان فلاسفتها.
- 2- بدأ المجال الرياضي الهندسي مع الفلاسفة لينتقل ارثه فيما بعد ويتقدم على يد العلم والعلماء.
- 3- ظهرت نظرية اقليدس صاحب المسلمات الخمس وتمكنت من السيطرة على تفكير الناس لفترة ليست بالقليلة، فعن طريق نظريته اصبح لأول مرة بالمقدور الإجابة بشكل علمي عن أسئلة تتعلق بالكون والوجود من خلال نظرية هندسية، كما وتوصل الى ان المستقيمات الممتدة لا تتلاقى لان الكون منته.
- 4- فيما بعد ظهرت الهندسة عرفت بـ الالقليدية على يد كل من لوباشتيكسكس وبوليائي وريمان نتيجة التقدم في العلوم.
- 5- افادت النظرية الالقليدية اينشتاين في عالمه الفيزيائي الفلكي، وهذا بالطبع راجع الى البحث والنظريات التي انتهت بالوصول الى صحة ما قال به العلم الحديث.
- 6- اختلف المنهج الفلسفي والرياضي بين التفكير المثالي وبين ما هو واقعي والمناهج مختلفة بين الاستقراء والاستنباط.

قائمة المصادر والمراجع

- ❖ افراح لطفي. (2020). في فلسفة الرياضيات. بغداد.
- ❖ ج.د.برنال. (1982). العلم في التاريخ. بيروت .
- ❖ جورج سارتون. (بلا تاريخ). العلم القديم والمدنية الحديثة. القاهرة.
- ❖ خليل سالم. (بلا تاريخ). الاتساق الرياضي في الكون.
- ❖ عبد الرحمن بدوي. (بلا تاريخ). الموسوعة الفلسفية ج2.
- ❖ 6 ف.ردنيك. (بلا تاريخ). ما هي ميكانيكا الكم.
- ❖ فيليب فرانك. (1983). فلسفة العلم. بيروت.
- ❖ محمد محمود الكبيسي. (2005). فلسفة العلم. مجلة الفلسفة_ العدد الثالث_ كلية الآداب_ الجامعة المستنصرية.
- ❖ هانز رايشنباخ. (2020). نشأة الفلسفة العلمية.
- ❖ هنري بونكاريه. (2006). ما هي قيمة العلم.
- ❖ يمينى طريف الخولي. (2014). فلسفة العلم في القرن العشرين. القاهرة.
- ❖ اقليدس : 300 ق.م يعد المؤسس الحقيقي لعلم الهندسة ، ومن بين اهم مؤلفاته (عناصر الهندسة) إلى جانب مؤلفات اخرى منها في النجوم وفي البصريات وفي الموسيقى . ينظر : الملائكة ، احسان ، اعلام الكتاب الاغريق والرومان ، ط 1 ، بغداد ، 2001 ، ص 97.
- ❖ محمد محمود الكبيسي. (2005). فلسفة العلم. مجلة الفلسفة_ العدد الثالث_ كلية الآداب_ الجامعة المستنصرية.
- ❖ كريم موسى حسين. (2019). فلسفة الرياضيات برؤية تكاملية الاتصال والانفصال. مجلة الفلسفة_ العدد العشرون_ كلية الآداب_ الجامعة المستنصرية.
- ❖ إيمان عبد علي. (2024). البعد المنطقي والعلمي (دراسة مقارنة). مجلة الفلسفة_ العدد الحادي عشر_ كلية الآداب_ الجامعة المستنصرية.

Bibliography of Arabic References (Translated to English)

- ❖ Abd al-Rahman Badawi, undated). The Philosophical Encyclopedia, Part 2.
- ❖ Afrah Lutfi (2020). In the philosophy of mathematics, Baghdad.
- ❖ F. Rednick Undated What is Quantum Mechanics.
- ❖ George Sarton Without History Ancient and Civil Science Modern. Cairo.
- ❖ G. D. Bernal (1982). Science in History Beirut.
- ❖ Hans Reichenbach. (2020). The emergence of scientific philosophy
- ❖ Henri Poincaré Bla).(History. What is the value of science.
- ❖ Khalil Salem, undated). Mathematical consistency in the universe.
- ❖ Philip Frank. (1983) Philosophy of Science. Beirut.
- ❖ Youmna Tarif Al-Kholy. (2014). Philosophy of science in the twentieth century. Cairo.
- ❖ Euclid: 300 BC. He is considered the true founder of geometry, and among his most important works is “Elements of Geometry,” along with other works, including on the stars, on optics, and on music. See: Angels, Ihsan, Notable Greek and Roman Writers, 1st edition, Baghdad, 2001, p. 97.